EX 29 : $f(x)= \sin^2(x)+\cos(x)$

1) a/ $f(x+2\pi)=\sin^2(x+2\pi)+\cos(x+2\pi)$

$= \sin^2(x)+\cos(x)=f(x)$

Donc 2π est une période de f.

b/ *pour $x\in\mathbb{R}$ on a $(-x)\in\mathbb{R}$

* $f(-x)=\sin^2(-x)+\cos(-x)=[\sin(-x)]^2+\cos(x)$

$= \sin^2(x)+\cos(x)=f(x)$

donc f est une fonction paire

donc la droite des ordonnées est un axe de symétrie de C_f

2) a/ Domaine d'étude $D_E=[0,\pi]$

$f'(x)=2\cos(x).\sin(x)-\sin(x)$

$=2\sin(x).\left[\cos(x)-\frac{1}{2}\right]$

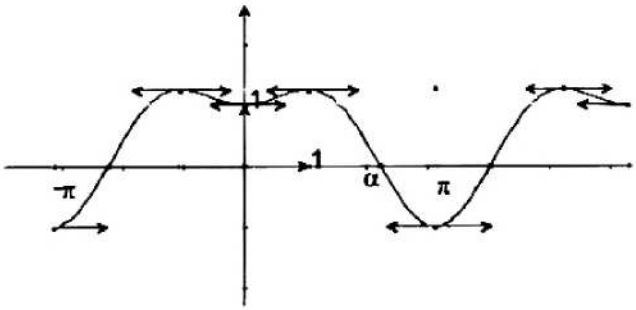
x	0		$\frac{\pi}{3}$		π
f'(x)	0	+	0	-	0
f(x)	1	↗	$\frac{5}{4}$	↘	-1

b/ f est continue et strictement croissante sur $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ donc f réalise une bijection de $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$ sur $f\left(\left[0,\frac{\pi}{3}\right]\right)=\left[1,\frac{5}{4}\right]$ et comme $0\notin\left[1,\frac{5}{4}\right]$ alors l'équation f(x)=0 n'a pas de solution dans $\left[0,\frac{\pi}{3}\right]$

/ f est continue et strictement décroissante sur $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$ donc f réalise une bijection de $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$ sur $f\left(\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]\right)=\left[-1,\frac{5}{4}\right]$ et comme $0\in\left[-1,\frac{5}{4}\right]$ alors l'équation f(x)=0 admet une seule solution α dans $\left[\frac{\pi}{3},\pi\right]$

Conclusion : l'équation f(x)=0 admet α comme unique solution dans $[0,\pi]$

$f(2,2).f(2,3)<0\Rightarrow 2,2<\alpha<2,3$



EX 30 :

I. $f(x)=\frac{x^3}{(x-1)^2}$ $D_f=IR\backslash\{1\}$

f est dérivable sur $IR\backslash\{1\}$

$f'(x)=\frac{x^2.(x-3)}{(x-1)^3}$ le signe de f'(x) est celui de (x-1).(x-3)

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
f'(x)		+	0	+	‖	-	0	+	
f(x)	$-\infty$	↗	$+\infty$		$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	$\frac{27}{8}$	↗	$+\infty$

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}x=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x^3}{x^2}=\lim\limits_{x\to-\infty}x=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to1} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x^2}{x^2}=1$
- $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)-x=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x^2-x}{x^2-2x+1}=2$

Δ : y=x+2 est une asymptote à C_f au voisinage de $(-\infty)$ et au voisinage de $(+\infty)$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn